

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Лестев Михаил Александрович

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ВИБРАЦИОННЫХ
МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ГИРОСКОПОВ

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург
2007

Работа выполнена на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

Научный руководитель – доктор физико-математических наук
профессор Тихонов Алексей Александрович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук профессор
Мельников Геннадий Иванович,

доктор физико-математических наук профессор
Иванова Елена Александровна

Ведущая организация: Балтийский технический университет им Д.Ф. Устинова («Военмех»), г. Санкт-Петербург

Защита состоится « » _____ 2007 в ____ ч. ____ мин. на заседании диссертационного совета Д 212.232.30 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский проспект, д. 28, математико-механический факультет Санкт-Петербургского государственного университета.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: Санкт-Петербург, Университетская набережная, д. 7/9.

Автореферат разослан «__» _____ 2008.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук, профессор

Зегжда С. А

Общая характеристика работы

Актуальность темы диссертации. Микромеханические гироскопы (ММГ) – перспективные приборы современной микросистемной техники, интенсивно и динамично развивающегося научно-технического направления. Создание ММГ ознаменовало революционный процесс в современной инерциальной технологии. Микромеханические гироскопы характеризуются уникально малыми массой и габаритами, низким потреблением электроэнергии, возможностью функционирования в жестких условиях эксплуатации и на несколько порядков меньшей стоимостью, чем их традиционные аналоги. Область применения ММГ чрезвычайно широка. Применение ММГ позволяет решать проблему кардинального совершенствования существующих и создание принципиально новых систем стабилизации, ориентации, навигации и управления объектами различного назначения, обеспечивает существенное улучшение их технических характеристик. Использование ММГ позволяет создавать малогабаритные системы ориентации и навигации невысокой стоимости для судов, летательных аппаратов различного назначения, мобильных роботов, автомобилей.

Исследования и разработки ММГ проводятся многими зарубежными фирмами и российскими научными центрами, предприятиями и университетами. Создание промышленных образцов ММГ основывается на решении многих теоретических, схемотехнических и конструкторско–технологических проблем. К настоящему времени решены основные вопросы принципов построения ММГ, созданы экспериментальные образцы ММГ, освоен серийный выпуск ММГ рядом зарубежных фирм и на первый план выступает проблема повышения точности ММГ и создание приборов навигационного класса точности. Решение указанной проблемы наряду с реализацией мероприятий конструкторско–технологического и схемотехнического характера связано с проведением исследований динамики и погрешностей ММГ, основанных на строгом учете возмущений и факторов, оказывающих влияние на движение чувствительных элементов приборов. Строгие постановки задач исследования динамики и оценки точности ММГ, всесторонний учет обстоятельств механической природы при их решении приводят к нелинейным дифференциальным уравнениям движения чувствительных элементов ММГ, содержащим разрывные и аналитические нелинейности. Разрывные нелинейности в дифференциальных уравнениях движения объясняются содержащимися в системах автогенерации колебаний чувствительных элементов ММГ нелинейными звеньями. Аналитические нелинейности объясняются нелинейной зависимостью сил упругости подвесов чувствительных элементов и электростатических сил от перемещений чувствительных элементов, особенностями динамики чувствительных элементов на упругих подвесах. Вместе с тем, известные по публикациям теоретические результаты по исследованию динамики и погрешностей ММГ получены на основании линеаризованных дифференциальных уравнений движения чувствительных элементов приборов. При экспериментальных исследованиях ММГ обнаруживаются явления, характерные для нелинейных динамических систем: неустойчивые ветви резонансных кривых, срывы и скачки амплитуд и частот колебаний чувствительных элементов.

Выявление влияния нелинейностей на динамику чувствительных элементов и точность ММГ, установление особенностей динамики нелинейных систем в условиях функционирования на подвижных объектах – актуальная фундаментальная проблема механики гироскопических систем, имеющая важное значение для современного гироскопического приборостроения. На этом основании тема диссертации, посвященной исследованию влияния нелинейных факторов на динамику и точность микромеханических вибрационных гироскопов, выявлению особенностей динамики и исследованию погрешностей микромеханических гироскопов при функционировании в условиях вибраций и вращений объектов является важной и актуальной.

Цель работы заключается в исследовании нелинейных явлений в динамике чувствительных элементов ММГ на подвижном основании, анализе влияния на динамику и точность ММГ нелинейных факторов – нелинейностей звеньев систем автогенерации колебаний чувствительных элементов, нелинейностей характеристик сил упругости подвесов и электростатических сил, нелинейностей, обусловленных особенностями динамики чувствительных элементов ММГ на упругих подвесах, и выработке рекомендаций по устранению нежелательных явлений в динамике чувствительных элементов ММГ.

Основные результаты диссертации. Полученные в диссертации результаты являются новыми. На защиту выносятся следующие основные положения:

1. Результаты исследований систем автогенерации колебаний чувствительных элементов ММГ с управлением по обобщенной скорости и обобщенной координате при вращении основания ММГ. Диаграммы характера особых точек осредненных уравнений, исследование типов стационарных движений чувствительных элементов ММГ и условия их устойчивости, анализ резонансных кривых и явлений, происходящих при изменении параметров прибора и при динамической настройке ММГ, выполняемой изменением электростатической компоненты жесткости – скачков амплитуд и частот колебаний чувствительных элементов ММГ, явлений затягивания по частоте.

2. Анализ влияния вибраций основания на режимы системы автогенерации колебаний чувствительных элементов ММГ, установление условий захватывания (принудительной синхронизации) колебаний чувствительных элементов ММГ и доказательство существования предельного цикла, соответствующего бигармоническому движению чувствительного элемента ММГ.

3. Результаты исследований влияния нелинейностей характеристик сил упругости подвесов чувствительных элементов и электростатических сил контура подстройки частот на динамику и точность ММГ. Анализ появления неустойчивых ветвей резонансных кривых, срывов и скачков амплитуд колебаний чувствительных элементов ММГ, выявление влияния нелинейности характеристики сил упругости подвеса и электростатической компоненты жесткости на выходные характеристики прибора.

4. Анализ погрешностей ММГ, обусловленных нелинейными слагаемыми в дифференциальных уравнениях движения чувствительных элементов ММГ, объясняющимися особенностями динамики чувствительных элементов на упругом подвесе. Уравнения резонансных кривых и условия устойчивости стационарных движений, оценки погрешностей приборов.

5. Результаты исследований изменений положения равновесия чувствительных элементов ММГ при вибрационных воздействиях, вызванных колебаниями основания, - вибрационных смещений положения равновесия чувствительных элементов. Оценки вибрационных смещений и рекомендации по выбору параметров конструкции ММГ.

6. Результаты исследования динамики чувствительных элементов ММГ при узкополосных случайных воздействиях, вызванных вибрациями основания. Объяснение явлений срыва колебаний и скачков амплитуд колебаний чувствительных элементов в условиях узкополосных случайных воздействий.

7. Анализ резонансных явлений в динамике чувствительных элементов ММГ. Уравнения амплитудных кривых стационарных движений чувствительных элементов ММГ и условия устойчивости стационарных движений в условиях основного резонанса. Результаты исследования влияния нелинейных факторов на динамику чувствительных элементов при прохождении через резонанс на вибрирующем основании. Анализ амплитудных кривых прохождения через резонанс при увеличении и уменьшении частоты вибрационного воздействия. Анализ динамики чувствительных элементов ММГ в условиях нелинейного (демультипликативного) резонанса.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректным применением к решению поставленных задач методов аналитической механики, теории нелинейных колебаний, компьютерного моделирования, сопоставимостью полученных результатов с явлениями, наблюдаемыми при экспериментальной отработке опытных образцов ММГ.

Теоретическое и практическое значение. Теоретическое значение результатов диссертации заключается в установлении нелинейных явлений и эффектов в динамике чувствительных элементов ММГ – неустойчивых ветвей резонансных кривых, скачков амплитуд и частот колебаний чувствительных элементов, затягивания по частоте, захватывания (принудительной синхронизации) и вибрационного смещения положения равновесия чувствительного элемента при функционировании ММГ на вибрирующем основании. Практическая значимость работы определяется полученными результатами о влиянии нелинейных факторов на точность ММГ, рекомендациями по повышению точности приборов и устранению нежелательных явлений в динамике чувствительных элементов ММГ. Полученные результаты могут использоваться при проектировании конструкций ММГ.

Отдельные результаты диссертации использовались при выполнении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ ЗАО «ГИРООПТИКА» по созданию микромеханических инерциальных датчиков параметров движения и бесплатформенных инерциальных навигационных систем на их основе и при выполнении Проекта РНП 2.1.2 2997 Федерального агентства образования.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях: V (2003 г.), VI (2004 г.), VII (2005 г.), VIII (2006 г.) и IX (2007 г.) конференциях молодых ученых «Навигация и управление движением» в ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», С.-Петербург; международных конференциях «Четвертые Окуневские чтения» (2004 г.) и пятые «Окуневские чтения» (2006 г.), С.-Петербург; Международной конференции «Поляховские чтения» (2006 г.), С.-Петербург; Третьем международном симпозиуме «Аэрокосмические приборные технологии» (2004 г.), С.-Петербург; VI (2003 г.), VII (2004 г.), VIII (2005 г.) научных сессиях аспирантов ГУАП, Юбилейной Научной сессии ГУАП (2006 г.), С.-Петербург; XIV С.-Пб. Международной конференции по интегрированным навигационным системам, ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор» (2007 г.), Санкт-Петербург; Международном конгрессе «Нелинейный динамический анализ – 2007», С.-Петербург; на семинаре кафедры теоретической и прикладной механики СПбГУ.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 22 работы. Работа [21] опубликована в журнале, рекомендованном ВАК (Перечень. Бюллетень ВАК, 2007, №1, с. 3-39). Работы [1, 3, 8, 12, 14, 18] опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК (Перечень. Бюллетень ВАК, 2005, №4, с. 1-23).

В работах [6, 8, 9], опубликованных в соавторстве с А. П. Карелиным, диссертанту принадлежат результаты аналитического исследования влияния электростатических сил на динамику и погрешности микромеханических гироскопов, соавтору, А. П. Карелину – результаты математического моделирования динамики чувствительных элементов ММГ с помощью вычислительной системы MATLAB/Simulink. В работах [17, 20] автору диссертации принадлежат результаты аналитических исследований и компьютерного моделирования, соавторам, А. М. Лестеву и А. А. Тихонову – постановки задач о влиянии нелинейных факторов на динамику и точность ММГ. В публикации [7] автору диссертации принадлежат результаты математического моделирования динамики ММГ, соавторам – результаты использования ММГ в авиакосмических навигационных системах. При подготовке заявки на получение патента на полезную модель [22] диссертантом выполнены расчеты параметров и проведено определение технических характеристик ММГ.

Структура и объем диссертации. Диссертация содержит введение, четыре раздела, заключение и список литературы. Работа изложена на 182 страницах и включает 29 рисунков. Список литературы содержит 146 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, приведен обзор современного состояния практических разработок и теоретических исследований ММГ, сформулирована цель диссертационной работы, приведены положения, выносимые на защиту.

В первом разделе диссертации, состоящем из четырех подразделов, дается общая характеристика конструкций ММГ, отмечаются особенности конструкций приборов этого типа, представляющих собой неразделимый комплекс, состоящий из чувствительного элемента и функциональной электроники, обеспечивающей требуемые условия работы чувствительного элемента и формирующей информационный выходной сигнал. Приводятся основные конструктивные схемы ММГ: с поступательными движениями чувствительных элементов (LL-ММГ, рис.1), с вращательными движениями чувствительных элементов (RR-ММГ, рис.2) и с комбинацией поступательных и вращательных движений – камертонный ММГ (LR-ММГ, рис.3). Приводятся дифференциальные уравнения движения чувствительных элементов рассматриваемых конструкций ММГ на подвижном основании. С основанием связывается система координат $O\xi\eta\zeta$; движение основания задается проекциями скорости \vec{V}_0 полюса O на оси ξ, η, ζ и проекциями угловой скорости $\vec{\omega}$ основания на эти же оси. Отмечаются допущения, принимаемые при составлении дифференциальных уравнений движения чувствительных элементов ММГ. Конфигурация (положение) колебательной системы ММГ с поступательными движениями чувствительного элемента, конструктивная схема которого приведена на рис.1,а, определяется обобщенными координатами ξ и η - перемещениями чувствительного элемента относительно основания в направлении осей ξ и η , отсчитываемыми от положения статического равновесия.

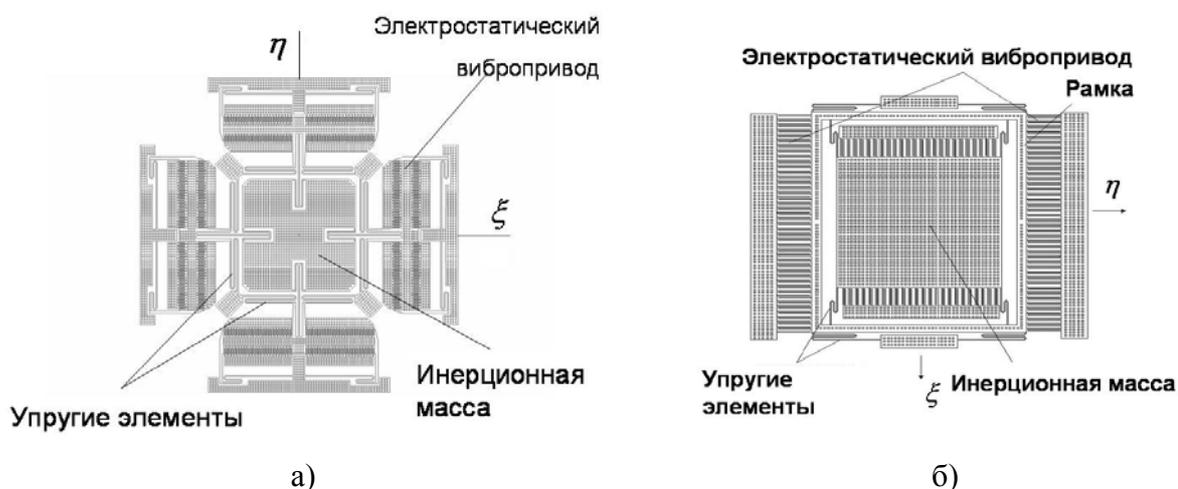


Рис. 1. Конструктивные схемы LL-ММГ

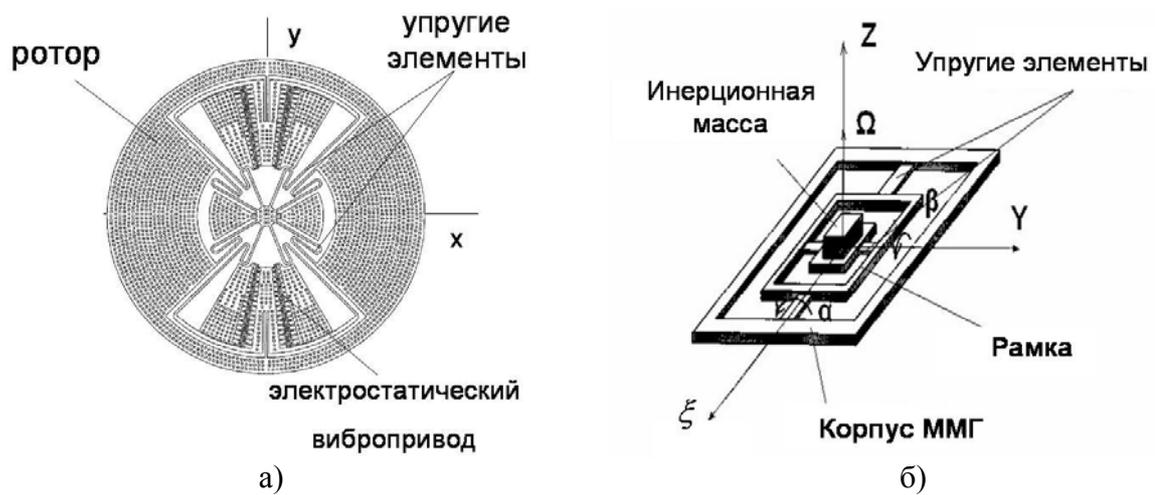


Рис. 2. Конструктивные схемы RR-ММГ

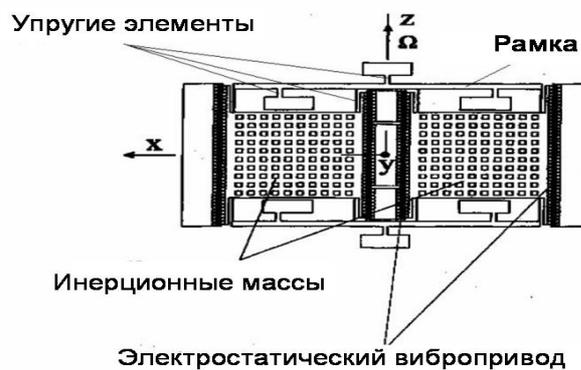


Рис. 3 Конструктивная схема камертонного ММГ (LR-ММГ)

Положение инерционной массы ММГ с дополнительной рамкой (рис.1,б) определяется обобщенными координатами ξ и η : ξ - перемещение рамки относительно основания в направлении оси ξ , η - перемещение инерционной массы относительно рамки в направлении оси η . Положение чувствительного элемента роторного ММГ (рис.2,а) определяется углами α поворота ротора относительно основания вокруг оси $\zeta(z)$ и β - поворота ротора относительно оси y . Предполагается, что центробежные моменты инерции ротора отличны от нуля, центр масс ротора вследствие технологических погрешностей изготовления смещен от точки пересечения осей подвеса в направлении оси подвеса z , перпендикулярной плоскости ротора. Положение колебательной системы ММГ с кардановым подвесом чувствительного элемента (рис.2,б) определяется углами α поворота рамки относительно основания вокруг оси $\xi(x)$ и β - поворота инерционной массы относительно рамки. Как и в предыдущем случае, учитывается, что центробежные моменты инерции чувствительного элемента отличны от нуля, центр масс чувствительного элемента смещен в направлении оси z , перпендикулярной плоскости чувствительного элемента. Наконец, конфигурация колебательной системы камертонного ММГ определяется углом α поворота рамки относительно основания вокруг оси $\zeta(z)$ и перемещениями x_1 и x_2 инерционных масс относительно рамки, отсчитываемыми от положения статического равновесия инерционных масс. Предполагается, что центры инерции чувствительных масс смещены в направлениях осей y_1 и y_2 , перпендикулярных плоскости чувствительных масс. Составление дифференциальных уравнений движения колебательных систем рассматриваемых конструкций ММГ производится на основе уравнений Лагранжа второго рода с использованием системы символьных вычислений Maple. При составлении дифференциальных уравнений движения чувствительных

элементов ММГ учтены особенности нелинейных задач, решаемых в последующих разделах диссертации.

Во втором разделе диссертации, содержащем три подраздела, приведены результаты исследований динамики систем автогенерации колебаний чувствительных элементов ММГ с управлением по обобщенной скорости и управлением по обобщенной координате. В первой из систем управляющее электрическое напряжение подается на электроды электростатического вибропривода в виде импульсов, переключение знака которых осуществляется в моменты времени, когда обобщенная скорость равна нулю. Во второй системе управляющее напряжение подается на электроды вибропривода в моменты времени, когда равна нулю обобщенная координата. Схема, реализующая алгоритм функционирования системы автогенерации с управлением по обобщенной скорости содержит дифференцирующее звено и нелинейный элемент “sign”, на вход которого подается сигнал, пропорциональный обобщенной скорости. Система автогенерации с управлением по обобщенной координате содержит элемент (“Hit crossing”), срабатывающий в моменты времени, когда равна нулю обобщенная координата.

Исследование динамики системы автогенерации колебаний с управлением по обобщенной скорости проводится применительно к ММГ с поступательными движениями чувствительного элемента (рис.1,б) в режиме измерения угловой скорости Ω объекта. Дифференциальные уравнения движения чувствительного элемента ММГ при $\Omega \neq 0, \Omega = const$ на основании уравнений, полученных в первом разделе диссертации, записываются в виде

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + \mu_x \dot{x} - 2m\Omega \dot{y} + G_x(x) &= F(\dot{x}), \\ (m + m_1)\ddot{y} + \mu_y \dot{y} + 2m\Omega \dot{x} + G_y(y) &= E(\Delta + y) - E(\Delta - y), \end{aligned} \quad (1)$$

$$E(\Delta + y) = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2(\Delta + y)^2}, E(\Delta - y) = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2(\Delta - y)^2},$$

где x – перемещение рамки вместе с инерционным элементом относительно основания; y – перемещение инерционного элемента относительно рамки; m – масса инерционного элемента; m_1 – масса рамки; $G_x(x) = c_x + \kappa'_x x^3$, $G_y(y) = c_y + \kappa'_y y^3$, – силы упругости подвеса ($c_x, c_y, \kappa'_x, \kappa'_y = const$); $F(\dot{x}) = F_0 \text{sign} \dot{x}$ – сила, создаваемая электростатическим виброприводом системы автогенерации колебаний ММГ; $E(\Delta \pm y)$ – силы, создаваемые электростатическими датчиками силы контура подстройки частот, а остальные обозначения в уравнениях (1) соответствуют общепринятым.

Функции $E(\Delta \pm y), (y/\Delta < 1)$ разлагаются в степенные ряды, вводятся обозначения

$$e_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2}, \quad \frac{c_x}{m} = n_1^2, \quad \frac{1}{m + m_1} \left(c_y - \frac{4e_0}{\Delta^3} \right) = n_2^2, \quad 2h_1 = \frac{\mu_x}{m}, \quad 2h_2 = \frac{\mu_y}{m + m_1}, \quad \kappa_1 = 2\Omega,$$

$$\kappa_2 = \frac{m}{m + m_1}, \quad f_0 = \frac{F_0}{2h_1 m}, \quad \kappa_x = \frac{\kappa'_x}{2h_1 m}, \quad \kappa_y = \frac{1}{2h_1 (m + m_1)} \left(\kappa'_y - \frac{8e_0}{\Delta^5} \right),$$

за малый параметр принимается $\mu = \frac{2h_1}{n_1}, (\mu \ll 1)$ и уравнения (1) переписываются в виде

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \kappa_1 \dot{y} + n_1^2 x &= \mu m_1 (-\dot{x} + f_0 \text{sign } \dot{x} - \kappa_x x^3), \\ \ddot{y} + \kappa_2 \dot{x} + n_2^2 y &= \mu m_1 \left(-\frac{h_2}{h_1} \dot{y} - \kappa_y y^3\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Решение системы уравнений (2) находится методом медленно меняющихся коэффициентов в виде

$$x = a \sin(k_1 t + \beta_1) + b \sin(k_2 t + \beta_2), \quad y = \lambda_1 a \sin(k_1 t + \beta_1) + \lambda_2 b \sin(k_2 t + \beta_2), \quad (3)$$

где k_1 и $k_2 > k_1$ являются корнями уравнения

$$k^4 - (n_1^2 + n_2^2 + \kappa_1 \kappa_2) k^2 + n_1^2 n_2^2 = 0,$$

λ_1 и λ_2 - коэффициенты распределения ($\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$), а переменные a, b, β_1 и β_2 удовлетворяют системе уравнений, правые части которых получены усреднением за периоды $\frac{2\pi}{k_1}, \frac{2\pi}{k_2}$:

$$\frac{du}{dt} = \mu A \left[E\left(\frac{v}{u}\right) - \alpha u \right], \quad (4)$$

$$\frac{dv}{dt} = \mu B \frac{v}{u} \left[\left(1 - \frac{u^2}{v^2}\right) K\left(\frac{v}{u}\right) + \frac{u^2}{v^2} E\left(\frac{v}{u}\right) - \beta u \right], \quad \text{при } u > v;$$

$$\frac{du}{dt} = \mu A \frac{u}{v} \left[\left(1 - \frac{v^2}{u^2}\right) K\left(\frac{u}{v}\right) + \frac{v^2}{u^2} E\left(\frac{u}{v}\right) - \alpha v \right], \quad (5)$$

$$\frac{dv}{dt} = \mu B \left[E\left(\frac{u}{v}\right) - \beta v \right], \quad \text{при } u < v.$$

Осредненные уравнения, определяющие β_1 и β_2 , вследствие ограниченного объема автореферата не приводятся.

В уравнениях (4) и (5) $u = ak_1, v = bk_2$,

$$A = \frac{4f_0}{\pi^2} \frac{n_1 k_1 \kappa_2}{\lambda_1 (k_1^2 - k_2^2)} > 0, \quad B = \frac{4f_0}{\pi^2} \frac{n_1 k_2 \kappa_2}{\lambda_1 (k_2^2 - k_1^2)} > 0,$$

$$\alpha = \frac{\pi^2}{8f_0} \left(1 + \frac{h_2}{h_1} \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \lambda_1^2\right) > 0, \quad \beta = \frac{\pi^2}{8f_0} \left(1 + \frac{h_2}{h_1} \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \lambda_2^2\right) > 0,$$

$K(\zeta), E(\zeta)$ - полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Система уравнений (4), (5) на плоскости uv создает непрерывное поле направлений. Анализ уравнений (4), (5) показывает, что число и характер особых точек системы - состояний равновесия, определяется отношением $\frac{\alpha}{\beta}$. При $0 < \frac{\alpha}{\beta} < \frac{1}{2}$ система (4), (5)

имеет два состояния равновесия - устойчивое на оси u с координатами $u_1 = \frac{E(0)}{\alpha} = \frac{\pi}{2\alpha}, v_1 = 0$ (особая точка типа устойчивый узел) и неустойчивое на оси v - особая точка типа седло.

Состоянию равновесия на оси u соответствуют гармонические колебания чувствительного элемента ММГ с частотой, близкой к k_1 . Если параметры

ММГ удовлетворяют неравенствам $2 < \frac{\alpha}{\beta} < \infty$, система (4), (5) имеет два состояния

равновесия на осях: устойчивое на оси v с координатами $u_2 = 0, v_2 = \frac{E(0)}{\beta} = \frac{\pi}{2\beta}$ (особая

точка типа устойчивый узел) и неустойчивое на оси u – особая точка типа седло. В этом случае чувствительный элемент ММГ совершает колебания с частотой, близкой к k_2 . При $\frac{1}{2} < \frac{\alpha}{\beta} < 2$ система имеет три состояния равновесия – два устойчивых на осях u и v

(устойчивые узлы) и неустойчивые вне осей u и v (седло). Особая точка типа седло, расположенная вне осей u и v , отвечает неустойчивому бигармоническому движению и представляет физический интерес в связи с сепаратрисами, которые определяют на плоскости uv области устойчивости в большом периодических движений, близких к гармоническим. В диссертации приведены картины интегральных кривых для указанных случаев.

Далее рассмотрены явления, происходящие при динамической настройке колебательной системы ММГ, осуществляемой изменением частоты n_2 электростатическим способом. В качестве параметра, характеризующего изменение частоты n_2 , принимается отношение $\zeta = \frac{n_2^2}{n_1^2}$. На рис.4 представлены кривые

зависимости амплитуд колебаний чувствительного элемента ММГ a и b и частот k_1 и k_2 от ζ . Части кривых, соответствующие устойчивым режимам, выделены жирными линиями. Стрелками на рисунках показаны перескоки с одной амплитуды частот колебаний на другую при прямом и обратном изменении ζ . Рис.4 иллюстрирует явление затягивания по частоте. При $\zeta_1 < \zeta < \zeta_2$ в зависимости от начальных условий могут устанавливаться устойчивые колебания чувствительного элемента с частотой, близкой к k_1 или k_2 .

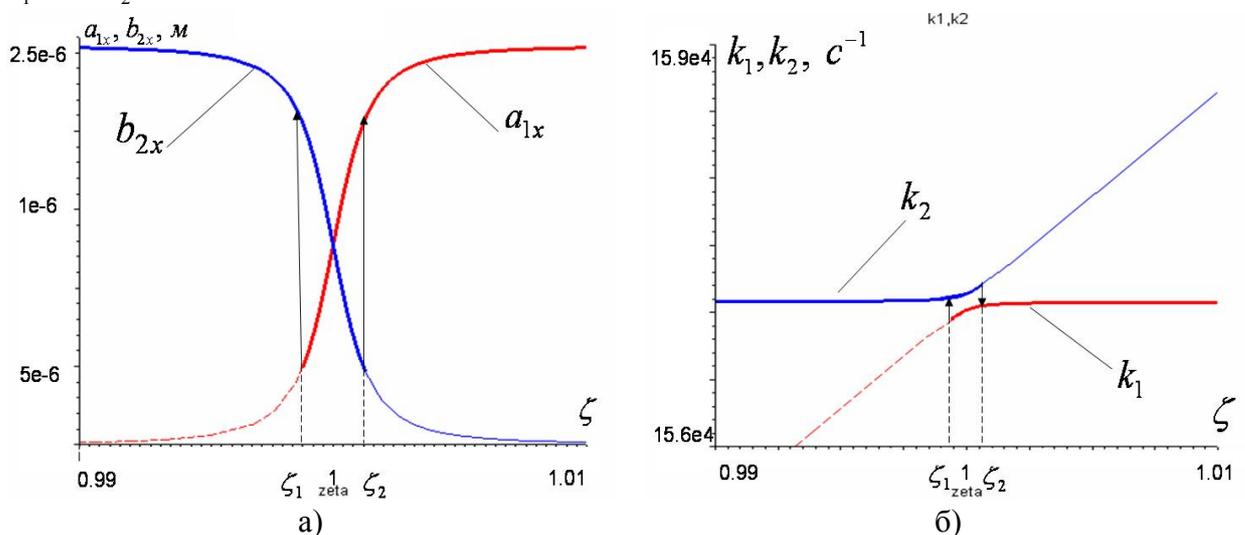


Рис. 4 Зависимости амплитуд (а) и частот (б) колебаний чувствительного элемента ММГ от ζ

Аналогичные результаты получены при исследовании динамики системы автогенерации колебаний чувствительного элемента ММГ с управлением по обобщенной координате. Исследование выполнено применительно к ММГ с кардановым подвесом чувствительного элемента (рис.2,б). Принимается, что чувствительный элемент относительно оси вращения рамки каждый раз, проходя положение равновесия, получает ударный импульс, определяемый выражением $L(\alpha, \dot{\alpha}) = S \dot{\alpha} \delta(\alpha)$, где $S \dot{\alpha}$ – величина импульса ударной силы, $\delta(\alpha)$ - дельта-функция Дирака. Как и в предыдущем случае,

обнаружены скачки амплитуд и частот колебаний чувствительного элемента ММГ и явление затягивания по частоте.

Далее в разделе 2 диссертации приведены результаты исследований влияния вибраций основания на динамику системы автогенерации колебаний чувствительного элемента ММГ с управлением по обобщенной скорости. Дифференциальное уравнение движения чувствительного элемента ММГ

$$m\ddot{x} + \mu_x \dot{x} + C_x x + \kappa'_x x^3 = F_0 \text{sign} \dot{x} - m\dot{V}_{0\xi}(t), \quad (6)$$

$$\dot{V}_{0\xi}(t) = -\xi_m v^2 \sin vt,$$

приводится к уравнению с малым параметром $\left(\mu = \frac{2h_x}{v}, 2h_x = \frac{\mu_x}{m}, \mu \ll 1 \right)$ и применяется

метод медленно меняющихся коэффициентов. Получены уравнения резонансных кривых и границ области устойчивости состояний равновесия осредненной системы дифференциальных уравнений. Выяснен тип особых точек осредненной системы. На рис.5 представлены резонансные кривые и диаграммы особых точек осредненной системы дифференциальных уравнений, соответствующих периодическим движениям чувствительного элемента с частотой ν . На плоскости $a\xi$ (a - амплитуда колебаний, ξ - расстройка частот) кривая $q = 0$ определяет область неустойчивых состояний равновесия (седел). При $q < 0$ особые точки осредненной системы являются особыми точками типа седло, состояния равновесия неустойчивы. При $q > 0, p > 0$ состояния равновесия устойчивы, при $q > 0, p < 0$ - неустойчивы. Если при этом $\delta > 0$, состояния равновесия - узлы, при $\delta < 0$ - фокусы. Выражения для p, q и δ через параметры ММГ приводятся в диссертации.

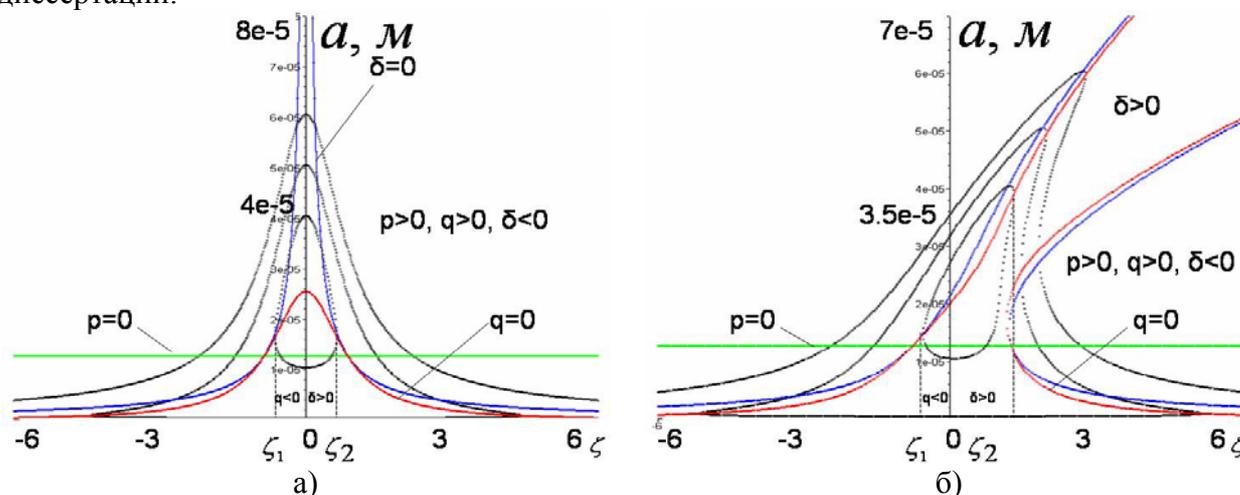


Рис. 5 Диаграммы характера особых точек и резонансные кривые колебательной системы ММГ при линейной (а) и нелинейной (б) зависимости сил упругости от перемещения чувствительного элемента

Установлены условия захватывания (принудительной синхронизации) колебаний чувствительного элемента ММГ. Если условия захватывания не выполнены, осуществляется режим биений чувствительного элемента ММГ – движение с двумя частотами, одна из которых – частота вибрации основания, а другая – частота, близкая к частоте автоколебаний системы. Дано доказательство существования и единственности предельного цикла, соответствующего бигармоническому движению (биениям) чувствительного элемента ММГ, методом кривой контактов с использованием теоремы Пуанкаре-Дюляка.

В третьем разделе диссертации приведены результаты исследования влияния на динамику и точность ММГ нелинейных факторов – нелинейности характеристик сил

упругости элементов конструкции подвесов чувствительных элементов, электростатических сил и нелинейностей, обусловленных особенностями динамики чувствительных элементов на упругих подвесах. В подразделах 3.1 и 3.2 рассматривается влияние нелинейной зависимости сил упругости подвеса и электростатических сил контура подстройки частот колебательной системы ММГ с поступательными движениями чувствительного элемента (рис.1). Предполагается, что корпус ММГ установлен на основании, совершающем вращение с постоянной угловой скоростью $\omega_z = \Omega$ относительно измерительной оси. Характеристики сил упругости подвеса аппроксимируются полиномами $G_x(x) = c_x x + \kappa'_x x^3, G_y(y) = c_y y + \kappa'_y y^3$.

Дифференциальные уравнения движения чувствительных элементов ММГ приводятся к системе дифференциальных уравнений с малым параметром, содержащих слагаемые с кубической нелинейностью позиционных сил. Применяется метод медленно меняющихся коэффициентов. Получены уравнения резонансных кривых и на основе теоремы Гурвица – условия устойчивости стационарных движений чувствительных элементов ММГ. Обнаружены неустойчивые ветви резонансных кривых, явления скачков амплитуд и срывов колебаний чувствительных элементов ММГ, нелинейность характеристики выходного сигнала прибора – зависимость масштабного коэффициента прибора от измеряемой угловой скорости.

Далее в разделе 3 диссертации исследуется динамика и погрешности роторных ММГ (рис. 2), обусловленные нелинейными слагаемыми в дифференциальных уравнениях движения чувствительных элементов на упругих подвесах. Исследование выполняется с учетом нелинейной зависимости сил упругости подвеса от перемещений чувствительного элемента. Дифференциальные уравнения ротора записываются в виде

$$\begin{aligned} C\ddot{\alpha} + \mu_\alpha \dot{\alpha} + (c_\alpha - (B - A)\Omega^2)\alpha + (C + B - A)\Omega\dot{\beta} &= L_0 \sin \omega t + \\ + (C - A)(\ddot{\alpha}\beta^2 + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}\dot{\beta}) - \kappa'_\alpha \alpha^3, & \quad (7) \\ B\ddot{\beta} + \mu_\beta \dot{\beta} + (c_\beta - (C - A)\Omega^2)\beta - (C + B - A)\Omega\dot{\alpha} &= -(C - A)\dot{\alpha}^2 \beta - \kappa'_\beta \beta^3, \end{aligned}$$

где A, B, C - моменты инерции ротора относительно связанных с ротором осей x, y, z ; $L_0 \sin \omega t$ - момент, создаваемый виброприводом возбуждения колебаний ротора; $c_\alpha, c_\beta, \kappa'_\alpha, \kappa'_\beta$ - коэффициенты линейной и нелинейной составляющих жесткости упругого подвеса ротора; Ω ($\Omega = const$) - измеряемая угловая скорость.

Уравнения (7) приводятся к системе уравнений с малым параметром ($\mu = \frac{2h_\alpha}{\omega}, 2h_\alpha = \frac{\mu_\alpha}{C}$) и применяется метод медленно меняющихся коэффициентов.

Получены уравнения резонансных кривых и на основании теоремы Гурвица – условия устойчивости стационарных движений ротора ММГ. Установлена возможность возбуждения устойчивых стационарных колебаний ротора ММГ на неподвижном основании, обусловленных нелинейными слагаемыми в дифференциальных уравнениях движения. Колебания ротора относительно оси измерения – вторичные колебания, преобразуются системой съема информации в выходной сигнал, представляющий собой ошибку прибора. Установлено также, что обнаруженный режим стационарных колебаний ротора может возбуждаться в конструкциях ММГ, содержащих систему стабилизации параметров колебаний входного канала ММГ. При проектировании ММГ следует учитывать возможность развития обнаруженных нелинейных явлений и производить выбор параметров прибора так, чтобы аномальные режимы колебаний чувствительного элемента не возбуждались.

Аналогичные результаты о влиянии нелинейностей, обусловленных особенностями динамики чувствительного элемента на упругом подвесе, получены для камертонного ММГ (LR-ММГ) и приведены в подразделе 3.4 диссертации.

В подразделе 3.5 диссертации исследуется динамика чувствительных элементов ММГ при полигармонических вибрациях основания и определяются вибрационные смещения положений равновесия чувствительных элементов. Исследование проводится применительно к ММГ с вращательными движениями чувствительного элемента. На основании дифференциальных уравнений движения чувствительных элементов ММГ, приведенных в первом разделе диссертации, получены уравнения первого и второго приближений. Вибрационные смещения чувствительного элемента ММГ определяются из уравнений второго приближения усреднением правых частей этих уравнений на решениях уравнений первого приближения. Приводятся рекомендации по выбору параметров приборов, обеспечивающих нормальный режим функционирования приборов при вибрационных воздействиях.

В заключительном подразделе третьего раздела рассматривается динамика чувствительных элементов ММГ при узкополосных случайных воздействиях, вызванных вибрациями основания. Предполагается, что ММГ с поступательными движениями чувствительного элемента функционирует в режиме стабилизации параметров колебаний входного канала. В дифференциальных уравнениях движения чувствительного элемента ММГ учитываются слагаемые, обусловленные нелинейной зависимостью сил упругости подвеса и электростатических сил контура подстройки частот от перемещений чувствительного элемента. Рассматривается динамика чувствительного элемента ММГ при поступательных вибрациях основания ($\Omega = 0$) и при вращении основания относительно измерительной оси ($\Omega \neq 0, \Omega = const$), сопровождающемся линейными вибрациями. Предполагается, что ускорение основания является узкополосным случайным процессом $W_y(t) = A(t)\sin(\nu t + \varphi(t))$, где $A(t)$ и $\varphi(t)$ - медленно меняющиеся случайные процессы – амплитуда и фаза процесса $W_y(t)$, ν - средняя частота процесса $W(t)$. В первом случае ($\Omega = 0$) решение уравнения движения чувствительного элемента ММГ находится с использованием квазистатического метода. Получены уравнения резонансных кривых, выявлены неустойчивые ветви резонансных кривых и скачки амплитуд колебаний чувствительного элемента ММГ. Во втором случае ($\Omega \neq 0$) применяется метод гармонической линеаризации. Установлено, что при вращении основания ММГ относительно измерительной оси, сопровождающемся узкополосной случайной вибрацией в направлении оси измерения параметров колебаний чувствительного элемента, при условии медленной изменяемости параметров случайной вибрации осуществляется вибрационное сглаживание нелинейности, обусловленной нелинейной зависимостью сил упругости подвеса и электростатических сил от перемещений чувствительного элемента, - вибрационная линеаризация для случайного воздействия. В условиях рассмотренного случайного воздействия нелинейная зависимость сил упругости и электростатических сил от перемещений чувствительного элемента ММГ не приводит к скачкам амплитуд колебаний чувствительного элемента.

В четвертом разделе диссертации, включающем три подраздела, исследуются резонансные явления в динамике чувствительных элементов ММГ. В подразделе 4.1 рассматривается динамика чувствительных элементов ММГ в условиях основного резонанса с учетом нелинейной зависимости сил упругости подвеса и электростатических сил контура подстройки частот от перемещений чувствительных элементов. Предполагается, что корпус прибора установлен на основании, совершающем вращение с угловой скоростью $\Omega = const$ относительно измерительной оси. Возбуждение колебаний чувствительного элемента осуществляется от внешнего генератора гармонических колебаний. Дифференциальные уравнения движения чувствительных элементов ММГ приводятся к системе двух дифференциальных уравнений второго порядка с кубическими

нелинейностями с малым параметром и применяется метод медленно меняющихся коэффициентов. На основании исследования характера особых точек осредненной системы дифференциальных уравнений установлено, что при совпадении частоты вибровозбуждения с одной из главных частот (первой или второй) возбуждаются устойчивые гармонические колебания чувствительного элемента с этой частотой. Колебания с частотой, равной главной частоте, отличающейся от частоты вибровозбуждения, не возбуждаются.

При функционировании ММГ на подвижных объектах и при вибрационных испытаниях приборов чувствительные элементы подвергаются вибрационным воздействиям с переменной частотой, проходящей через резонансную зону. Динамика чувствительных элементов ММГ при прохождении частоты вибрационного воздействия через резонанс рассматривается в подразделе 4.2. Решение задачи производится в нелинейной постановке. Предполагается, что возбуждение колебаний чувствительного элемента ММГ осуществляется автогенераторной системой с управлением по обобщенной скорости, содержащей нелинейный элемент “*sign*”. Кроме того, в дифференциальных уравнениях движения чувствительных элементов ММГ учитываются слагаемые, обусловленные нелинейной зависимостью сил упругости подвеса и электростатических сил от перемещений чувствительных элементов. Применяется асимптотический метод Боголюбова-Митропольского. Амплитудные кривые прохождения через резонанс при переменной частоте вибрационного воздействия $\nu(\tau) = \nu_0 + \gamma\tau$ получены численным интегрированием осредненных уравнений с использованием программы Maple. На рис.6 представлены стационарные резонансные кривые и кривые прохождения через резонанс в прямом ($\gamma > 0$, частота возрастает со временем) и обратном ($\gamma < 0$, частота при увеличении времени убывает) направлениях при значениях параметров ММГ, близких к реальным. Анализ результатов расчетов показывает, что при медленном изменении частоты колебания основания ММГ амплитудная кривая прохождения через резонанс близка к стационарной резонансной кривой. Увеличение скорости прохождения через резонанс приводит к снижению максимальных отклонений чувствительного элемента ММГ.

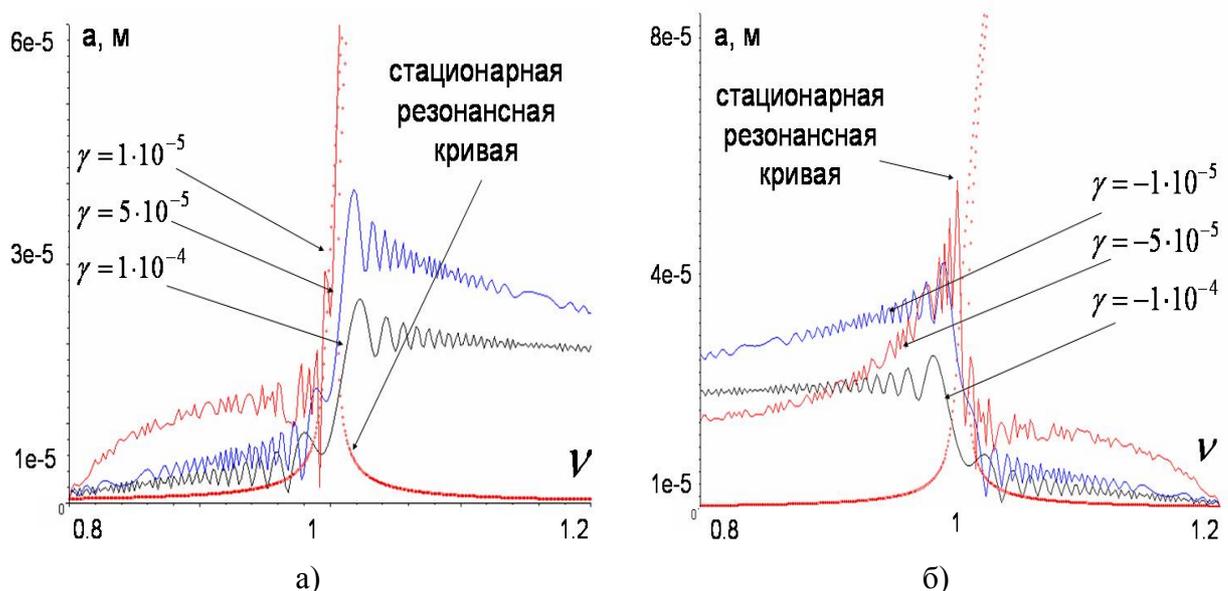


Рис. 6 Стационарная резонансная кривая и амплитудные кривые колебаний чувствительного элемента ММГ при прохождении через резонанс.

В линейной системе кривые прохождения через резонанс в прямом и обратном направлениях симметричны. Нелинейные факторы нарушают указанную симметричность. Причем, чем медленнее прохождение через резонанс, тем существеннее влияние нелинейных факторов. Уменьшение добротности колебательной системы ММГ приводит

к снижению максимальных отклонений чувствительного элемента ММГ при прохождении через резонанс.

В заключительном подразделе раздела 4 диссертации исследуются нелинейные резонансные колебания чувствительного элемента, возникающие при вибрациях основания ММГ. Рассматривается конструкция ММГ (RR-ММГ) с вращательными движениями чувствительного элемента. Предполагается, что корпус ММГ установлен на основании, совершающем высокочастотные гармонические вибрации. Колебания чувствительного элемента ММГ исследуются в условиях демультипликационного резонанса, когда частота вибрационного воздействия равна удвоенной одной из собственных частот колебательной системы ММГ. Применяется метод медленно меняющихся коэффициентов. Получены уравнения для определения параметров стационарного движения чувствительного элемента ММГ в условиях рассматриваемого резонанса. Исследование устойчивости стационарного движения производится на основе теоремы Гурвица.

Показано, что условия возбуждения демультипликационного резонанса сохраняются в конструкциях RR-ММГ, содержащих системы стабилизации параметров канала возбуждения колебаний – первичных колебаний, чувствительных элементов.

В заключении диссертации приведены результаты выполненных исследований.

Список работ опубликованных по теме диссертации:

1. Лестев, М. А. Влияние нелинейностей упругих элементов подвеса на динамику и точность микромеханических гироскопов / М. А. Лестев. Гироскопия и навигация, 2003, №4 (43), с. 109 – 110.

2. Лестев, М. А. К динамике микромеханического гироскопа / М. А. Лестев. VI научная сессия аспирантов и соискателей ГУАП: Сб. докладов. Т.1. Технич. науки. С.-Пб., ГУАП, 2003, с. 50 – 54.

3. Лестев, М. А. Нелинейный параметрический резонанс в динамике микромеханического гироскопа / М. А. Лестев. Изв. вузов. Приборостроение, 2004, №2, с. 36 – 42.

4. Лестев, М. А. Динамика системы автогенерации колебаний микромеханического гироскопа / М. А. Лестев. Международная конф. “Четвертые Окуневские чтения”. Тезисы докладов. С.-Пб., 2004, с. 37.

5. Лестев, М. А. К динамике микромеханических гироскопов при случайных воздействиях / М. А. Лестев. Седьмая научная сессия аспирантов ГУАП: Сб. докладов. Т.1. Технич. науки. С.-Пб., ГУАП, 2004, с. 40 – 43.

6. Карелин, А. П. Влияние электростатической составляющей жесткости на динамику и погрешности микромеханического гироскопа / А. П. Карелин, М. А. Лестев. Третий международный симпозиум: Аэрокосмические приборные технологии. Сб. материалов. С.-Пб., 2004, с. 285 – 287.

7. Попова, И. В. Отечественные микромеханические гироскопы и акселерометры в авиакосмическом применении / И. В. Попова, А. М. Лестев, А. П. Карелин, М. А. Лестев и др. III конф. “Микротехнологии в авиации и космонавтике”. Тезисы выступлений, С.-Пб., 2004, с. 22 – 23.

8. Карелин, А. П. Влияние электростатических сил на динамику и погрешности LL – микромеханических гироскопов / А. П. Карелин, М. А. Лестев. Гироскопия и навигация, №1 (48), 2005, с. 92.

9. Карелин, А. П. Влияние электростатической составляющей жесткости на динамику и погрешности микромеханического гироскопа / А. П. Карелин, М. А. Лестев. Навигация и управление движением: Материалы докладов VI конф. молодых ученых “Навигация и управление движением” / Под общ. ред. В. Г. Пешехонова – С.-Пб.: ГНЦ РФ ЦНИИ “Электроприбор”, 2005, с. 149 – 153.

10. Лестев, М. А. Динамика системы автогенерации колебаний микромеханического гироскопа / М. А. Лестев. Международная конф. “Четвертые Окуневские чтения”. Материалы докладов. Т.1. Теоретическая и прикладная механика. Балт. гос. технич. университет. С.-Пб., 2005, с. 77 – 84.
11. Лестев, М. А. К динамике системы автогенерации колебаний микромеханического гироскопа / М. А. Лестев. Восьмая научная сессия аспирантов ГУАП: Сб. докладов. Т.1. Технические науки. С.-Пб., ГУАП, 2005, с. 70 – 72.
12. Лестев, М. А. Влияние нелинейностей подвеса и вибраций основания на динамику системы автогенерации колебаний микромеханических гироскопов / М. А. Лестев. Гироскопия и навигация, №3 (50), 2005, с. 78.
13. Лестев, М. А. Влияние нелинейностей подвеса и вибраций основания на динамику системы автогенерации колебаний микромеханических гироскопов / М. А. Лестев. Материалы докладов VII конф. молодых ученых “Навигация и управление движением” / Под общ. ред. В.Г.Пешехонова – С.-Пб., ГНЦ РФ ЦНИИ “Электроприбор”, 2006, с. 150 – 157.
14. Лестев, М. А. Погрешности роторных микромеханических гироскопов, обусловленные нелинейными факторами / М. А. Лестев. Гироскопия и навигация, 2006, №2 (53), с. 91.
15. Лестев, М. А. К теории резонанса в динамике микромеханических гироскопов / М. А. Лестев. Сб. докладов юбилейной научно – технической конференции ГУАП, С.-Пб., ГУАП, 2006, с 44-46.
16. Лестев, М. А. Динамика чувствительных элементов микромеханических гироскопов при прохождении через резонанс / М. А. Лестев. Сб. докладов международной конф., посвященной 100 – летию со дня рождения Н. Н. Поляхова. С.-Пб., 2006, с. 139-145.
17. Лестев, А. М. Нелинейные проблемы динамики микромеханических гироскопов / Лестев А. М., Лестев М. А. Сб. докладов Научной сессии ГУАП. С.-Пб., ГУАП, 2006, с. 46-49
18. Лестев, М. А. Вибрационное смещение положения равновесия чувствительного элемента микромеханического гироскопа // М. А. Лестев. Гироскопия и навигация, 2007, №2 (57), с. 98.
19. Лестев, М. А. Влияние нелинейных факторов на динамику и точность микромеханических гироскопов // М. А. Лестев. XIV С.-Пб. международная конф. по интегр. навигац. системам. С.-Пб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2007, с. 22-23.
20. Лестев, А. М. Нелинейные явления в динамике вибрационных микромеханических гироскопов // А. М. Лестев, А. А. Тихонов, М. А. Лестев. Международный конгресс «Нелинейный динамический анализ – 2007»: Тезисы докладов. С.-Пб., С-Пб ГУ, 2007, с. 45.
21. Лестев, М. А. Динамика микромеханических гироскопов при прохождении через резонанс // М. А. Лестев. Вестник С.-Петербург. ун-та, 2007, сер. 1, вып. 4, с. 138-143.
22. Микромеханический гироскоп. Патент на полезную модель RU 30972 G01 C 19/56, приоритет от 04.02.2003 г. / В. А. Бурцев, П. Б. Дергачев, А. П. Карелин, М. А. Лестев и др. Бюл. 19, опубли. 10.07.2003.